

كراسة التمارين

لتكن: $y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{\sin x} + \cot x$ ، أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند $P(\frac{\pi}{4}, 4)$

نشتق لإيجاد ميل المماس

$$y' = \frac{-\sqrt{2} \cos x}{\sin^2 x} - \csc^2 x$$

$$y' \Big|_{x=\frac{\pi}{4}} = \frac{-\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}}{\sin^2(\frac{\pi}{4})} - \csc^2(\frac{\pi}{4}) = \boxed{-4}$$

ميل المماس للمنحنى عند النقطة $P(\frac{\pi}{4}, 4)$ يساوي $\boxed{-4}$

معادلات المماس

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = -4(x - \frac{\pi}{4})$$

$$y - 4 = -4x + \pi$$

$$\boxed{y = -4x + \pi + 4}$$

لكن: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ ، $g(x) = \sqrt{x}$
 أوجد باستخدام قاعدة السلسلة $(f \circ g)'(1)$

$$(f \circ g)'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1)$$

$$= f'(1) \cdot g'(1)$$

$$g(1) = \sqrt{1} = 1$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 4)(2x) - (x^2 - 4)(2x)}{(x^2 + 4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 8x - 2x^3 + 8x}{(x^2 + 4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{16x}{(x^2 + 4)^2}$$

$$f'(1) = \frac{16(1)}{(1+4)^2} = \left(\frac{16}{25}\right)$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$g'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$(f \circ g)'(1) = \frac{16}{25} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{8}{25}\right)$$