② إذا كانت $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

فأثبت أن:

$$4x^2 f''(x) - 3f(x) = 0$$

الحل

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{f'(x) = -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}}}$$

$$f''(x) = -\frac{3}{2} \times \left(-\frac{1}{2} x^{-\frac{5}{2}}\right) = \frac{3}{4} x^{-\frac{5}{2}}$$

$$\boxed{f''(x) = \frac{3}{4} x^{-\frac{5}{2}}}$$

الطرف الأيسر:

$$= 4x^2 f''(x) - 3f(x)$$
$$= 4x^2 \times \frac{3}{4} x^{-\frac{5}{2}} - 3 \times x^{-\frac{1}{2}}$$
$$= 3x^{-\frac{1}{2}} - 3x^{-\frac{1}{2}}$$
$$= 0$$ الطرف الأيمن

∴ الطرفان متساويان