أُخذت عيّنة عشوائية من مجتمع قيد الدراسة حجمها $n = 20$ فوجد أن المتوسّط الحسابي للعينة $\bar{x} = 30.3$ مع انحراف معياري $S = 6.5$. اختبر الفرض إذا كان المتوسّط الحسابي للمجتمع هو $\mu = 30$، مقابل الفرض البديل $\mu \neq 30$ عند مستوى المعنوية $\alpha = 5\%$.

الحل

$\alpha = 5\%$ $\quad M = 30$ $\quad S = 6.5$ $\quad \overline{X} = 30.3$ ، $n = 20$

1 صياغة الفروض: $H_0: M = 30$ مقابل $H_1: M \neq 30$

2 المقياس الإحصائي: $\because n = 20 < 30$ حجم العينة صغير

نستخدم المقياس الاحصائي $t = \dfrac{\bar{X} - M}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$

$$t = \frac{30.3 - 30}{\frac{6.5}{\sqrt{20}}} = 0.2064$$

3 مستوى المعنوية α: $\because \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

من جدول توزيع t بدرجات حرية $n-1 = 20-1 = 19$

$\therefore t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.093$

4 منطقة القبول: $(-2.093, 2.093)$

5 القرار: $\because 0.2064 \in (-2.093, 2.093)$

$\therefore$ القرار قبول فرض العدم $M = 30$

متوسط العمر بالساعات لعينة من 100 مصباح كهربائي مصنعة في أحد المصانع $\bar{x} = 1570$ بانحراف معياري $S = 120$.

يقول صاحب المصنع إنّ متوسط العمر بالساعات $\mu = 1600$ للمصابيح المصنعة في المصنع.

اختبر صحة الفرض $\mu = 1600$ مقابل الفرض $\mu \neq 1600$ وباختيار مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل

$\alpha = 5\%$ $\mu = 1600$ $S = 120$, $\bar{X} = 1570$, $n = 100$

1 صياغة الفروض

$H_0: \mu = 1600$ مقابل $H_1: \mu \neq 1600$

2 القياس الإحصائي: ∵ $n > 30$ ∴ لا غير معلوم

∴ نستخدم القياس الإحصائي Z

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$Z = \frac{1570 - 1600}{\frac{120}{\sqrt{100}}} = -2.5$$

3 تحديد مستوى المعنوية α:

∵ $\alpha = 0.05 \longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

∴ $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

4 منطقة القبول: $(-1.96, 1.96)$

5 القرار ∵ $-2.5 \notin (-1.96, 1.96)$

∴ القرار رفض فرض العدم $\mu = 1600$ وقبول الفرض البديل $\mu \neq 1600$