المتغيرات العشوائية المتقطعة

Discrete Random Variables

في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة، المتغير العشوائي X يعبّر عن:

الجذر التربيعي للعدد الظاهر على الوجه العلوي عندما يكون الجذر التربيعي عددًا كليًّا والصفر لغير ذلك.

فأوجد:

a) فضاء العينة (S) وعدد عناصره $n(S)$.

b) مدى المتغير العشوائي X.

c) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر فضاء العينة (S): $f(x_i) = P(X = x_i)$

d) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X.

عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائي X يعبّر عن «عدد الكتابات».

فأوجد ما يلي:

a فضاء العينة (S) وعدد عناصره $n(S)$.

b مدى المتغير العشوائي X.

c احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X.

d دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.35	0.15	0.1	0.2	k

فأوجد قيمة k.

إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متقطعًا مداه هو: $\{0,1,2,3\}$

وكان: $f(0) = 0.1$, $f(1) = 0.6$, $f(2) = 0.15$

فأوجد $f(3)$، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

صندوق يحتوي على 10 كرات متماثلة منها 7 كرات بيضاء و3 كرات حمراء. سحبت أربع كرات عشوائيًا معًا من الصندوق. إذا كان المتغير العشوائي X يمثّل عدد الكرات الحمراء.

فأوجد ما يلي:

a عدد عناصر فضاء العينة $n(S)$.

b مدى المتغير العشوائي X.

c احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X.

d دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

الحل:

يبيّن الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

فأوجد:

a التوقع (μ).

b التباين (σ^2).

c الانحراف المعياري (σ).

بعض خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X:

1. $P(X > a) = 1 - P(X \leqslant a) = 1 - F(a)$
2. $P(a < X \leqslant b) = F(b) - F(a)$
3. $P(a < X \leqslant b) = P(a \leqslant X < b)$
   $= P(a < X < b)$
   $= P(a \leqslant X \leqslant b)$

الجدول التالي يبيّن بعض قيم دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع X.

x	1	2	3	5
$F(x)$	0.15	0.2	0.6	1

أوجد:

a. $P(1 < X \leqslant 3)$

b. $P(2 \leqslant X < 5)$

c. $P(X > 2)$

توزيع ذات الحدين

إذا كان X متغيرًا عشوائيًا ذو حدين ومعلمتيه هما: $P = 0.1$, $n = 7$. فأوجد:

a $P(X = 0)$

b $P(1 < X \leqslant 3)$

ينتج مصنع سيارات 200 سيارة يوميًا، إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة 0.01
فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد.

ينتج مصنع سيارات 350 سيارة يوميًا، إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة 0.02 فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد.

في تجربة إلقاء قطعة نقود 5 مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور صورة.

الحل: