المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة)

Continuous Random Variables

خواص دالة كثافة الاحتمال $f(x)$

1. $f(x)$ هي دالة متصلة على مجالها.
2. $f(x) \geqslant 0$ لكل قيم x التي تنتمي لمجال الدالة.
3. قيمة المساحة المحددة بمنحنى الدالة $f(x)$ ومحور السينات تساوي الواحد الصحيح.
4. يمكن إيجاد الاحتمال $P(a \leq X \leq b)$ بحساب المساحة تحت المنحنى f بين القيمة a, b من الشكل السابق.
5. تنعدم المساحة المظللة في الشكل السابق إذا كان $a = b$
أي أنه لأي متغير عشوائي متصل فإن: $P(X = a) = 0$

إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} : -3 \leqslant x \leqslant 3 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

ⓐ $P(X < 2)$ ⓑ $P(-1 < X < 1)$ ⓒ $P(-1.5 < X < 2.5)$ ⓓ $P(X = 0)$

إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا، ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x : 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

ⓐ $P(X < 1)$ ⓑ $P(X \geqslant 1)$ ⓒ $P(X = 1)$

التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل (مستمر)

تعريف:

دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الاحتمالي المنتظم على $[a, b]$ هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leqslant x \leqslant b \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

– التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو: $\mu = \frac{a+b}{2}$

– التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو: $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$

لتكن الدالة f:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \leqslant x \leqslant 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

a) أثبت أن الدالة f هي دالة كثافة احتمال.

b) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

c) أوجد: $P(2 < X \leqslant 3)$

d) أوجد التوقع والتباين للدالة f .

التوزيع الاحتمالي الطبيعي $N(\mu , \sigma^2)$ Natural Probability Distribution $N(\mu , \sigma^2)$

نعلم أن منحنى التوزيع الطبيعي يتحدد بكل من التوقع μ والتباين لها σ^2 ونظرًا لاختلاف قيم σ^2، μ من توزيع لآخر فإننا نقوم بتحويل أي توزيع طبيعي إلى توزيع طبيعي معياري وفق التحويل $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

وتمّ وضع جداول التوزيع الطبيعي المعياري في نهاية الوحدة للتوزيع الطبيعي $N(\mu ,\sigma^2)$.

مثال (4)

إذا كان z هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X فأوجد:

a) $P(z \leqslant 2.18)$ b) $P(z \geqslant 2.43)$ c) $P(1.4 \leqslant z \leqslant 2.6)$

إذا كان z هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X فأوجد:

a) $P(z \leq 0.95)$ b) $P(z > 0.71)$ c) $P(1.45 \leqslant z \leqslant 3.26)$

إذا كان z هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X فأوجد:

a) $P(z \leqslant -0.55)$ b) $P(-2.2 \leqslant z \leqslant -1.6)$ c) $P(-1.3 \leqslant z \leqslant 0.28)$